Soluciones a los ejercicios propuestos en Introducción a la Lógica

José Luis González Quirós

19 de abril de 2017

Ejemplo de una tabla de verdad:

p	q	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$p \vee q$	$\sim (p \vee q)$
V	V	V	F	V	F
V	F	V	F	F	V
F	V	V	F	F	V
F	F	F	V	F	V

Dos ejemplos de argumentos

1.	$p \to q$	P
2.	$(q \to r) \wedge (r \to s)$	$P.$
3.	$q \to r$	$RS2$
4.	$r \to s$	$RS2$
5.	p	AC, PA
6.	q	$MP1, 5$
7.	r	$MP3, 6$
8.	s	$MP4, 7$
9.	$p \to s$	$TD5, 8$

Aquí va el segundo
$\underline{\sim p \to q, s \to \sim p, \sim t \to \sim p \vdash (s \vee \sim t) \to q}$

1.	$\sim p \to q$	P
2.	$s \to \sim p$	P
3.	$\sim t \to \sim p$	P
4.	$s \vee \sim t$	PA, AC
5.	s	$DC4(1)$
6.	$\sim p$	$MP2, 5$
7.	q	$MP1, 6$
8.	$\sim t$	$DC4(2)$
9.	$\sim p$	$MP3, 8$
10.	q	$MP1, 9$
11.	$\underline{(s \vee \sim t) \to q}$	$TD4, 7\&10$

Finalmente lógica de clases

$(\forall x)(Ex \to\sim Px), (\forall x)(Cx \to Px) \vdash (\forall x)(Cx \to\sim Ex)$

1.	$(\forall x)(Ex \to\sim Px)$	P
2.	$(\forall x)(Cx \to Px)$	P
3.	$Ea \to\sim Pa$	$EG1$
4.	$Ca \to Pa$	$EG2$
5.	Ca	PA (premisa auxiliar, igual que en la LP)
6.	Pa	$MP5,4$
7.	$\sim Ea$	$MT6,3$
8.	$Ca \to\sim Ea$	$TD5,7$
9.	$(\forall x)(Cx \to\sim Ex)$	$IG6$

Ejercicios de tablas de verdad

1. Construir la tabla de las dieciséis posibilidades de variación de dos valores (V/F, $0/1$) e identificar en ella la definición de los distintos conectores de la LP.

   Este ejercicio está resuelto en la correspondiente sección del texto

2. Hacer la tabla de verdad de las siguientes proposiciones compuestas de las proposiciones p, q:

   a. $p\vee \sim q$

p	q	$\sim q$	$p\vee \sim q$
V	V	F	V
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	V

   b. $\sim (p\vee \sim q)$

p	q	$\sim q$	$p\vee \sim q$	$\sim (p\vee \sim q)$
V	V	F	V	F
V	F	V	V	F
F	V	F	F	V
F	F	V	V	F

   c. $\sim p\wedge \sim q$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p\wedge \sim q$
V	V	F	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

d. $\sim p \wedge q$

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

e. $\sim (\sim p \wedge q)$

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$	$\sim (\sim p \wedge q)$
V	V	F	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	F
F	F	V	F	V

f. $\sim p \vee \sim q$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	F
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

g. $\sim (\sim p \vee \sim q)$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$	$\sim (\sim p \vee \sim q)$
V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	V	F
F	F	V	V	V	F

3. Hacer la tabla de verdad de las siguientes proposiciones compuestas de las proposiciones p, q, r:

a. $(p \wedge \sim q) \vee r$

p	q	r	$\sim q$	$(p \wedge \sim q)$	$(p \wedge \sim q) \vee r$
V	V	V	F	F	V
V	V	F	F	F	F
V	F	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	V
F	V	F	F	F	F
F	F	V	V	F	V
F	F	F	V	F	F

b. $\sim p \vee (q \wedge \sim r)$

p	q	r	$\sim p$	$\sim r$	$q\wedge \sim r$	$\sim p \vee (q\wedge \sim r)$
V	V	V	F	F	F	F
V	V	F	F	V	V	V
V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V
F	F	V	V	F	F	V
F	F	F	V	V	F	V

c. $(p\vee \sim r) \wedge (q\vee \sim r)$

p	q	r	$\sim r$	$p\vee \sim r$	$q\vee \sim r$	$(p\vee \sim r) \wedge (q\vee \sim r)$
V	V	V	F	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V	F
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	F	F	F	F
F	F	F	V	V	V	V

d. $(p\vee \sim q) \wedge (\sim p \vee r)$

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$	$\sim r$	$p\vee \sim q$	$\sim p \vee r$	$(p\vee \sim q) \wedge (\sim p \vee r)$
V	V	V	F	V	F	V	F	F
V	V	F	F	V	V	V	F	F
V	F	V	F	F	F	V	F	F
V	F	F	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	V	F	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	F	F
F	F	V	V	F	F	F	V	F
F	F	F	V	F	V	F	F	F

e. $\sim (p\vee \sim q) \vee (\sim p \vee r)$

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$	$p\vee \sim q$	$\sim (p\vee \sim q)$	$\sim p \vee r$	$\sim (p\vee \sim q) \vee (\sim p \vee r)$
V	V	V	F	V	V	F	F	F
V	V	F	F	V	V	F	F	F
V	F	V	F	F	V	F	F	F
V	F	F	F	F	V	F	F	F
F	V	V	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	V	V	F	F	F
F	F	V	V	F	F	V	V	V
F	F	F	V	F	F	V	F	V

4. Mostrar las siguientes equivalencias o identidades mediante tablas de verdad

a. entre $p \to q$ y $\sim p \vee q$

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$p \to q$
V	V	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

b. entre $p \to q$ y $\sim (p \wedge \sim q)$

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim (p \wedge \sim q)$	$p \to q$
V	V	F	F	V	V
V	F	V	V	F	F
F	V	F	F	V	V
F	F	V	F	V	V

c. entre $p \leftrightarrow q$ y la conjunción del condicional directo y el inverso $(p \to q) \wedge (q \to p)$

p	q	$p \to q$	$q \to p$	$p \leftrightarrow q$	$(p \to q) \wedge (q \to p)$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

Ejercicios de formalización y enigmas de naturaleza lógica

1. Formalizar el siguiente razonamiento y mostrar si es válido:

Primera premisa: Si x es un número es primo, entonces z es impar

Segunda premisa: x es un número mayor que 9 o z no es un número impar

Tercera premisa: x no es un número mayor que 9

Conclusión: x no es un número primo

SOLUCIÓN: Lo formalizaremos de la siguiente manera:

P1: $(x \to p) \to (z \to i)$
P2: $(x \to M9) \vee \sim (z \to i)$
P3: $\sim (x \to M9)$
CONCLUSIÓN: $\sim (x \to p)$

La tercera premisa afirma que es falso uno de los términos de una disyunción que es verdadera, luego el otro término ha de ser verdadero, y como esa verdad consiste en negar la verdad del consecuente del condicional que aparece en la primera premisa, dado que el condicional, al ser una premisa, es verdadero, forzosamente ha de ser falso su antecedente, que es la conclusión buscada.

2. Formalizar el siguiente razonamiento y mostrar si es válido:

   Primera premisa: Ayer compré chocolate o vi la televisión,

   Segunda premisa: Cuando compro chocolate, duermo a pierna suelta

   Tercera premisa: Ayer no dormí en toda la noche

   Conclusión: Ayer vi la televisión

   SOLUCIÓN: Lo formalizaremos de la siguiente manera:

   P1: $(c \vee t)$
   P2: $(c \rightarrow d)$
   P3: $\sim d$
   CONCLUSIÓN: t

   La tercera premisa niega el consecuente de la segunda, luego su antecedente es falso, y, en consecuencia, como esa proposición falsa y es uno de los términos de la disyunción que es la primera premisa, el otro ha de ser verdadero, y es la conclusión que buscamos.

3. Pequeños enigmas de naturaleza lógica. Estos enigmas, generalmente fruto del ingenio común y sin autoría demasiado reconocible, se proponen aquí para ayudar a comprender lo razonable y prudente que resulta no precipitarse sacando conclusiones, y para fomentar una sana desconfianza en lo que se dice y, en general, en el lenguaje. Es obvio que algunos enunciados tienen truco.

   1. Una mujer explica un retrato al óleo a su padre. En él aparece un caballero del que la mujer dice: "la madre de éste hombre fue la suegra de mi madre". ¿Qué relación une al hombre que escucha la explicación con el personaje retratado?

   SOLUCIÓN: La suegra de cualquier madre es la madre de su marido, de forma que si la madre del retratado es la suegra de la madre de la mujer que ofrece tan estrambótica como inútil y excusable explicación, es evidente que estamos ante el retrato del padre que la escucha, suponemos que atónito.

   2. En el año 1930 sucedió algo notable en Santiago de Compostela. Un hombre llamado Carlos Ribeiro se casó con la hermana de su viuda. ¿Cómo lo consiguió?

SOLUCIÓN: En 1930 se casó con una mujer de la que luego enviudó, y luego se casó con una hermana de la difunta que le sobrevivió, es decir que se convirtió en su viuda. Una vez muerto el señor Riberiro, su boda de 1930 puede describirse de esa manera aparentemente paradójoca.

3. ¿Puede ser el doble de una mitad igual a la mitad de un doble?

SOLUCIÓN: Suele coincidir que la mitad del doble sea la unidad, y que la unidad sea también muy exactamente el doble de su mitad.

4. Tengo dos monedas en las manos y su valor conjunto es de tres euros, pero una de ellas no es de dos euros: ¿cómo es posible?

SOLUCIÓN:: Una de ellas no es de dos euros, pero la otra sí lo es.

5. Tres amigos viajaron en automóvil y tuvieron un accidente. Dos de ellos resultaron ilesos y condujeron al tercero, inconsciente, al hospital. Cuando el médico de guardia vio al accidentado exclamó: ¡Pero si es mi hijo! Pero, en realidad, no era su padre. ¿Qué podía estar pasando?

SOLUCIÓN: Los hijos tienen madre y padre y, en principio, cualquiera de ellos puede ser cirujano.

6. Si un avión se estrella en la frontera de España y Portugal ¿En qué país es más lógico enterrar a los supervivientes?

SOLUCIÓN: No es lógico enterrar a los supervivientes y, por fortuna, no suele hacerse.

7. Imagine que usted es un empresario. Su empresa marcha bien y tiene un gran prestigio comercial. Alguien desea comprarle la mitad de la misma por el tercio de una inmobiliaria. Si el cambio de acciones parece correcto ¿Qué edad tiene el empresario?

SOLUCIÓN: Sólo usted lo sabe.

8. En una cena amistosa el abogado y su esposa compartieron, al postre, doce pasteles con otro letrado y con la hermana del éste, y cada uno de ellos pudo comer cuatro pasteles: ¿qué relación familiar tienen los abogados?

SOLUCIÓN: Como cuatro por tres son doce, la esposa ha de ser hermana del tercer hombre.

9. Llega usted a una bifurcación en el camino al Olimpo y no sabe cómo seguir. Ante ella hay dos hombres y son los únicos que pueden informarle, pero usted está seguro de que uno de ellos

siempre miente, mientras que el otro siempre dice la verdad, aunque, por desgracia, no sabe cuál de ellos es el mentiroso: ¿podría hacerles una pregunta que le sirviese para escoger el camino olímpico sin saber si el que le responda será el mentiroso o el veraz? Desgraciadamente, usted solo puede hacer una pregunta y solo uno de ellos le responderá.

SOLUCIÓN: La pregunta ha de ser: ¿Cuál es el camino que me indicaría tu compañero? y escoger siempre el contrario al que nos digan. El mentiroso diría siempre el camino inadecuado)pues mentiría sobre lo que diría el veraz) y el que dice la verdad nos indicara correctamente el camino que nos señalaría el embustero. A quienes dicen la verdad es corriente llamarles caballeros, llamando escuderos a quienes siempre mienten (según la costumbre instaurada por Smullyan que es el autor que mejor ha trabajado esta clase de acertijos lógicos).

10. Después de resolver el anterior problema y fijarse en que ambos llevan una camiseta que dice ¿soy veraz?: ¿qué le preguntaría a cualquiera de ellos para saber si lleva la camiseta que le corresponde, o es un mentiroso?

SOLUCIÓN:Una pregunta podría ser ¿alguno de ustedes es mentiroso? Si la respuesta es Sí, es el sincero el que habla, si la respuesta es No, el que nos habla es el mentiroso.

11. El Rey Absoluto concede a un condenado a muerte una oportunidad para salvarse en virtud de su mucha sabiduría. El Rey dispone que en una bolsa se introduzca una piedra blanca y otra negra: si el condenado extrae la piedra blanca será indultado, y en caso contrario se le ejecutará. El condenado sabe que un enemigo ha introducido una segunda bola negra retirando la bola blanca para condenarle: ¿qué podría hacer el sabio para extraer una bola y salvarse?

SOLUCIÓN: Pedir al Rey extraer una bola y que la decisión sea la correspondiente a la bola no extraída.

12. Estamos de nuevo frente a Don Mentiroso y a Don Veraz (que siempre miente o dice la verdad, respectivamente), no hemos averiguado aun quien es quien. Uno lleva una camiseta que con un 1 muy grande y otro una camiseta con un 2 de no menor tamaño. El de la camiseta con el 1 dice: 2 es un mentiroso y éste asiente. ¿Es verdad lo que dicen?

SOLUCIÓN: Se trata de un supuesto contrario al enunciado del problema que establece que uno y otro han de decir siempre cosas contradictorias.

13. Estamos otra vez ante Don Mentiroso y Don Veraz y les hacemos una pregunta a la que uno de ellos respondió ¿No?. ¿Qué pregunta les hemos podido hacer para que sepamos quien es el que ha respondido?

SOLUCIÓN: UNa pregunta puede ser ¿Tu compañero diría que tú eres veraz? Si la respuesta es No. nos ha responido el sincero, si la respuesta es Sí, nos ha respondido el mentiroso.

14. Supongamos que estoy ante una pareja que pueden ser cualquier cosa (ambos veraces, ambos mentirosos, o uno veraz y otro mentiroso). Si les preguntamos ¿Alguno de ustedes es veraz? ¿Se puede averiguar algo de cada uno de ellos dependiendo de que respondan sí o no (pero solo uno de ellos)?

SOLUCIÓN: Si la respuesta es Sí, no sabremos si ha respondido el sincero, que sería lo que ocurriese si ambos fueran veraces o si hubiese un individuo veraz en la pareja, o si ocurre que ambos personajes son mentirosos; si la respuesta es NO, no sabremos si ha respondido el único mentiroso o si los dos son mentirosos.

15. ¿Qué pasaría si a estos personajes les preguntamos: ¿alguno de ustedes es mentiroso? Y si les preguntamos: ¿son ambos veraces? Por último: ¿qué ocurre si les preguntamos si ambos son mentirosos?

SOLUCIÓN: A la pregunta de si hay algún mentiroso, la repuesta puede ser Sí si responde el veraz y su compañero es mentiroso, y será No en cualquier otro caso (los dos mentirosos, los dos veraces, o si responde el mentiroso y su compañero es veraz) de manera que el Sí nos indica quién es el veraz, pero el No no nos da criterio cierto.

A la pregunta de si son ambos veraces, el Sí no nos diría gran cosa, porque sería la respuesta de cualquiera, en el caso de ser ambos veraces, pero también si contesta un mentiroso, tanto si su compañero es veraz como si es otro mentiroso. El No solamente puede significar que el que responde es veraz, y su compañero es mentiroso, pues no tendría sentido en ningún otro caso (ni con ambos veraces, ni con ambos mentirosos, ni si el que responde es el mentiroso siendo su compañero veraz).

A la pregunta de si son ambos mentirosos, el Sí no tendría sentido de haber algún caballero veraz, de forma que la respuesta (aunque paradójica) solo puede ser de un mentiroso, siendo el compañero veraz. Si los dos fueran mentiroso, cualquiera de ellos respondería que No, de forma que si se nos responde que No, no podremos saber con seguridad si nos responde un veraz (que está acompañado por un escudero mentiroso) o uno de los dos mentirosos.

16. Tengo tres amigos que se llaman Calvo, Delgado y Sagaz, pero ninguno de ellos tiene la cualidad que indica su nombre. Cada uno tiene una de esas propiedades y ninguno de ellos tiene más de una. Si Calvo es muy listo: ¿cómo son los demás?

SOLUCIÓN: Si Calvo es el listo (sagaz), Delgado ha de ser calvo y Sagaz será delgado. Caben otras soluciones: si Si Delgado es calvo, Calvo puede ser sagaz y Sagaz calvo, Si Delgado es listo, Calvo puede ser delgado y Sagaz calvo, etc.

17. Ahora que existe el matrimonio entre personas del mismo sexo, ¿permite el código civil que un hombre contraiga matrimonio con el hermano de su viuda?

SOLUCIÓN: Nadie puede casarse tras haber dejado viuda, porque las viudas exigen maridos muertos. Sin embargo, como en el ejemplo anterior, si cabría que un hombre se casase previamente con el hermano de quien después acabaría por ser su viuda.

18. Hay tres personas, Antonio, Bieito y Carlos que son veraces (que siempre dicen la verdad) o mentirosos (que siempre mienten). Resolvamos la siguiente situación: a. Antonio dice: 'Todos somos escuderos¿. b. Bieito afirma: Üno de nosotros y solo uno es veraz": ¿Qué clase de personaje es Carlos?

SOLUCIÓN: Como hemos advertido, escudero significa mentiroso en esta clase de acertijos; Antonio que dice que "Todos somos escuderos"tiene que ser escudero, pues lo contrario implicaría que un caballero mintiese (pues no sería verdad que hay tres escuderos), y, en consecuencia, al menos uno de los otros dos ha de ser un caballero. Lo que dice Bieito implicaría que si fuese un un mentiroso habría dos caballeros y eso es contradictorio con que el sea un mentiroso, luego tiene que decir algo que no pueda ser falso y, en consecuencia, es el único caballero, de modo que Carlos, aunque no haya abierto la boca, es un escudero mentiroso,

19. Un hombre está mirando un retrato y le preguntan: ¿'Quién es el retratado?", a lo que él contestó: "Ni hermanos ni hermanas tengo, pero el padre de este hombre es el hijo de mi padre¿'Quién es el retratado?

SOLUCIÓN: El hijo de mi padre es siempre uno mismo si no existen hermanos, luego se trata del retrato de un hijo del hablante.

Resolución de argumentos mediante reglas de inferencia.

Demuéstrese la validez de los siguientes argumentos de la LP, teniendo en cuenta que puede que no todos sean válidos:

1. $\sim p \wedge q, r \to p \vdash \sim r$

1.	$\sim p \wedge q$	P
2.	$r \to p$	P
3.	$\sim p$	$RS1$
4.	$\sim r$	$MT2,3$

Como cualquier otro argumento podríamos probarlo por reducción al absurdo de la siguiente manera:

1.	$\sim p \wedge q$	P
2.	$r \to p$	P
3.	$\sim\sim r$	RA, NC
4.	r	$DN3$
5.	p	$MP2,3$
6.	$\sim p$	$RS1$
7.	$p \wedge \sim p$	$IC5,6, CONT$

2. $p \wedge q, p \to r \vdash p \wedge r$

1.	$p \wedge q$	P
2.	$p \to r$	P
3.	p	$RS1$
4.	r	$MP2,3$
5.	$p \wedge r$	$IC3,4$

3. $p \to q, q \to r \vdash p \to r$

1.	$p \to q$	P
2.	$p \to r$	P
3.	p	$RS1$
4.	r	$MP2,3$
5.	$p \to r$	$TD3,4$

4. $p \wedge \sim q, \sim r \to q \vdash p \wedge r$

1.	$p \wedge \sim q$	P
2.	$\sim r \to q$	P
3.	p	$RS1$
4.	$\sim q$	$RS1$
5.	$\sim\sim r$	$MT4,2$
6.	r	$DN5$

5. $p \to r, q \to s \vdash (p \wedge q)$

Se trata de un argumento que no es válido

6. $p \to q, \sim q \wedge r \vdash p \to r$

1.	$p \to q$	P
2.	$\sim q \wedge r$	P
3.	$\sim q$	$RS2$
4.	$\sim p$	$MT1,3$
5.	$\sim p \vee r$	$RA4$
6.	$p \to r$	$EC5$

7. $(p \to q) \wedge (q \to r) \vdash p \to r$

1.	$(p \to q) \wedge (q \to r)$	P
2.	p	PA, AC
3.	$p \to q$	$RS1$
4.	q	$MP2,3$
5.	$q \to r$	$RS1$
6.	r	$MP3,4$
7.	$p \to r$	$TD2,5$

8. $(p \to q) \wedge (p \to r) \vdash p \to (q \to r)$

1.	$(p \to q) \wedge (p \to r)$	P
2.	p	PA, AC
3.	$(p \to q)$	$RS1$
4.	q	$MP2,3$
5.	$p \to r$	$RS1$
6.	r	$MP2,5$
7.	$q \to r$	$TD4,6$
8.	$p \to (q \to r)$	$TD2,7$

9. $(p \to q) \wedge (p \to r) \vdash p \to (q \wedge r)$

1.	$(p \to q) \wedge (p \to r)$	P
2.	p	PA, AC
3.	$(p \to q)$	$RS1$
4.	q	$MP2,3$
5.	$p \to r$	$RS1$
6.	r	$MP2,5$
7.	$q \wedge r$	$IC4,6$
8.	$p \to (q \wedge r)$	$TD2,7$

10. $(p \to r) \wedge (q \to r), p \vee q \vdash r$

1.	$(p \to r) \wedge (q \to r)$	P
2.	$p \vee q$	P
3.	p	$BD2, a$
4.	$p \to r$	$RS1$
5.	r	$MP2, 3$
6.	q	$BD2, b$
7.	$q \to r$	$RS1$
8.	r	$MP5, 6$

11. $p \vee (q \wedge r) \vdash (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

1.	$p \vee (q \wedge r)$	P
2.	p	$BD1, a$
3.	$p \vee q$	$RA2$
4.	$q \wedge r$	$BD1, b$
5.	r	$RS4$
6.	$r \vee p$	$RA5$
7.	$p \vee r$	$RC6$
8.	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$	$IC3, 7$

12. $\sim p \to \sim q, q \vee r, \sim r \vdash p \vee (s \to t)$

1.	$\sim p \to \sim q$	P
2.	$q \vee r$	P
3.	$\sim r$	P
4.	q	$SD3, 2$
5.	$\sim\sim p$	$MT1, 4$
6.	p	$DN5$
7.	$p \vee (s \to t)$	$RA6$

13. $(p \vee q) \to \sim r, p, s \to r \vdash \sim s$

1.	$(p \vee q) \to \sim r$	P
2.	p	P
3.	$s \to r$	P
4.	$p \vee q$	$RA2$
5.	$\sim r$	$MP1, 4$
6.	$\sim s$	$MT5, 3$

14. $p \to q, r \to s, (q \wedge s) \to t, \sim t \vdash \sim r \vee \sim p$

1.	$p \to q$	P
2.	$r \to s$	P
3.	$(q \wedge s) \to t$	P
4.	$\sim t$	P
5.	$\sim (q \wedge s)$	$MT3,4$
6.	$\sim q \vee \sim s$	$DM5$
7.	$\sim q$	$BD6, a$
8.	$\sim p$	$MT1,7$
9.	$\sim p \vee \sim r$	$RA8$
10.	$\sim r \vee \sim p$	$RC9$
11.	$\sim s$	$BD6, b$
12.	$\sim r$	$MT2,11$
13.	$\sim r \vee \sim p$	$RA12$

15. $p \vee q, p \to r \vdash r \vee q$

1.	$p \vee q$	P
2.	$p \to r$	P
3.	p	$BD1, a$
4.	r	$MP2,3$
5.	$r \vee q$	$RA4$
6.	q	$BD1, b$
7.	$q \vee r$	$RA6$
8.	$r \vee q$	$RC7$

16. $p \wedge (q \vee r), (q \vee r) \to t, \sim t \vee u \vdash u$

1.	$p \wedge (q \vee r)$	P
2.	$(q \vee r) \to t$	P
3.	$\sim t \vee u$	P
4.	$q \vee r$	$RS1$
5.	t	$MP5$
7.	u	$SD3,6$

17. $p \to q, \sim q, (\sim p \vee \sim r) \to s \vdash s$

1.	$p \to q$	P
2.	$\sim q$	P
3.	$(\sim p \vee \sim r) \to s$	P
4.	$\sim p$	$MT1,2$
5.	$\sim p \vee \sim r$	$RA4$
7.	s	$MP3,5$

18. $p \to q, q \to r \vdash r$

No es un argumento válido

19. $p \to (q \wedge r) \vdash p \to q$

1.	$p \to (q \wedge r)$	P
2.	p	PA, AC
3.	$q \wedge r$	$MP1, 2$
4.	q	$RS3$
5.	$p \to q$	$TD2, 4$

20. $(p \vee q) \to s, \vdash q \to (s \vee t)$

1.	$(p \vee q) \to s$	P
2.	q	PA, AC
3.	$q \vee p$	$RA2$
4.	$p \vee q$	$RA3$
5.	s	$MP4, 1$
6.	$s \vee t$	$RA5$
7.	$q \to (s \vee t)$	$TD2, 6$

21. $p \vee q, \sim r \vee \sim q \vdash \sim p \to \sim r$

1.	$p \vee q$	P
2.	$\sim r \vee \sim q$	P
3.	$\sim p$	PA, AC
4.	q	$SD3, 1$
5.	$\sim\sim r$	$SD4, 2$
6.	r	$DN5$

22. $(\sim p \vee q) \to r, \sim r \vee s, s \to t \vdash \sim p \to t$

1.	$(\sim p \vee q) \to r$	P
2.	$\sim r \vee s$	P
3.	$s \to t$	P
4.	$\sim p$	PA, AC
5.	$\sim p \vee q$	$RA3$
6.	r	$MP4, 1$
7.	s	$SD2, 5$
8.	t	$MP3, 6$
9.	$\sim p \to t$	$TD3, 7$

23. $p \to (q \to r) \vdash (p \wedge q) \to r$

1.	$p \to (q \to r)$	P
2.	$p \wedge q$	PA, AC
3.	p	$RS2$
4.	$q \to r$	$MP1, 3$
5.	q	$RS2$
7.	r	$MP4, 5$
8.	$(p \wedge q) \to r$	$MP2, 7$

24. $p \to (q \vee r), q \to r, r \to s \vdash p \to s$

1.	$p \to (q \vee r)$	P
2.	$q \to r$	P
3.	$r \to s$	P
4.	$q \to r$	$MP1, 3$
5.	q	$RS2$
7.	r	$MP4, 5$
8.	$(p \wedge q) \to r$	$MP2, 7$

25. $\sim (p \wedge q) \vdash p \to \sim q$

1.	$\sim (p \wedge q)$	P
2.	p	PA, AC
3.	$\sim p \vee \sim q$	$DM1$
4.	$\sim q$	$SD2, 3$
5.	$p \to \sim q$	$TD2, 4$

26. $p \wedge q, s \to \sim p \vdash \sim s \vee p$

1.	$p \wedge q$	P
2.	$s \to \sim p$	P
3.	p	$RS1$
3.	$\sim s$	$MT2, 31$
4.	$\sim s \vee p$	$RA3$

27. $\sim p \to \sim s, s \vee \sim r, \sim (s \to t), p \to (q \wedge r) \vdash (p \wedge q) \to (r \to s)$

1.	$\sim p \to \sim s$	P
2.	$s \vee \sim r$	P
3.	$\sim (s \to t)$	P
3.	$p \to (q \wedge r)$	P
4.	$\sim r \vee s$	$RC2$
5.	$r \to s$	$EC4$
6.	$(r \to s) \vee \sim (p \wedge q)$	$RA5$
7.	$\sim (p \wedge q) \vee (r \to s)$	$RC6$
8.	$(p \wedge q) \to (r \to s)$	$EC7$

28. $(q \vee r) \wedge (p \vee r), p \rightarrow q, \sim q \vdash s \wedge r$

29. $\sim p \wedge t, t \rightarrow \sim q, \sim q \rightarrow r \vdash (r \wedge \sim p) \rightarrow s$

30. $p \vee (p \wedge q) \vdash p$

31. $\sim (p \wedge q), \sim r \rightarrow \sim p, p \wedge s \vdash q \rightarrow s$

32. $p \rightarrow q, p \wedge (r \vee s) \vdash \sim q \rightarrow (r \wedge s)$

33. $p \rightarrow q, s \rightarrow q \vdash (p \wedge s) \rightarrow q$

34. $p \leftrightarrow q, \sim q \wedge r \vdash (p \vee \sim r) \rightarrow q$

35. $p \downarrow q, p \leftrightarrow q \vdash p \rightarrow (\sim q \vee r)$

36. $p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash q \rightarrow (p \rightarrow r)$

37. $\sim p \rightarrow p \vdash p$ (*Mirabilis consequentia*)

38. $p \vee q, \sim (\sim p \rightarrow s), r \rightarrow s \vdash q \wedge \sim r$

39. $(p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q) \vdash p \vee q$

40. $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge q) \vdash p$

41. $p \vee q \vdash \sim q \rightarrow p$

42. $p \vee q \vdash \sim q \rightarrow \sim p$

43. $p \leftrightarrow (q \wedge r), \sim q \wedge t \vdash \sim (p \downarrow q) \rightarrow (t \wedge s)$

44. $\sim p \vee q \vdash \sim q \rightarrow (p \rightarrow q)$

45. $\sim (p \rightarrow q) \vdash p \wedge \sim q$

46. $(p \rightarrow q) \rightarrow p \vdash p$ (ley de Peirce)

47. $p \rightarrow \sim q, q \wedge r \vdash s \rightarrow \sim p$

48. $p \rightarrow \sim q, q \wedge \sim s \vdash s \rightarrow$

49. $p \downarrow q, \sim q \leftrightarrow r \vdash r \vee \sim p$

50. $\sim p \downarrow q, \sim t \vee p \vdash q \rightarrow \sim t$

51. $p \rightarrow \sim q, r \rightarrow p, q \vdash \sim r$

52. $p \rightarrow q, r \vee \sim q, \sim r \vdash \sim p$

53. $p \rightarrow q, p \vee s, \sim q \vdash s$

54. $p \downarrow q, \sim r | s, \sim s \rightarrow q \vdash \sim r \rightarrow t$

55. $p \vee q, \sim q \wedge s \vdash p \rightarrow t$

56. $(p \wedge q) \rightarrow r, r \rightarrow s, q \wedge \sim s \vdash \sim p$

57. $p \vee q, r \rightarrow \sim p, s \rightarrow r, \sim t \rightarrow s, r \leftrightarrow \sim q \vdash t$

58. $[p \rightarrow (q \wedge r)] \vee s, (p \wedge s) \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$

59. $p \rightarrow q, r \rightarrow p, \sim r \rightarrow \sim t, \sim (s \wedge \sim r), t \vee s \vdash q \vee n$

60. $\sim p \wedge q, m \rightarrow (p \vee \sim q), \vdash m \rightarrow q$

61. $p \rightarrow (s \wedge t), \sim s \wedge \sim r, q \rightarrow (r \wedge \sim s) \vdash p \downarrow q$

62. $m \rightarrow \sim p, n \rightarrow p \vdash \sim (m \wedge n)$

63. $m \rightarrow \sim (p \vee q), \sim r \wedge m, t \rightarrow r \vdash p \leftrightarrow t$

64. $(p \vee q) \vee r, r \rightarrow p, q \rightarrow p \vee r \vdash p$

65. $(p \vee q) \vee r, p \rightarrow q \vee r, \sim r \vdash q$

66. $p \rightarrow q, \sim (q \vee r) \vdash \sim p$

67. $p \rightarrow (q \rightarrow r), r \wedge s \rightarrow t, (s \rightarrow t) \rightarrow w \vdash p \rightarrow (q \rightarrow w)$

68. $p \rightarrow (q \rightarrow r), r \wedge s \rightarrow t, \sim w \rightarrow s \wedge \sim t \vdash p \rightarrow (q \rightarrow w)$

69. $p \rightarrow (r \rightarrow q), \sim s \vee p, r \vdash s \rightarrow q$

70. $q \rightarrow (r \rightarrow p), r \wedge \sim p \vdash q \rightarrow s$

Lógica de clases

1. Definir por extensión $A \cup B$, $A \cap B$, $A \backslash B$, $B \backslash A$, siendo $A = (a, b, c, d)$ y $B = (m, s, n, a, b)$.

2. Demostrar que $(A \cap B) \subset A$ y que $A \subset (A \cup B)$.

3. Demostrar que $A \subset B$ si y solo si $A \cap B = A$.

4. Demostrar que $(A \backslash B) \cap B = \emptyset$.

5. Demostrar la propiedad distributiva de la unión y de la intersección por medio de tablas de pertenencia.

6. Dado $A = \{(a), b, (c, d), H\}$, ¿es correcto decir?:

$$\begin{array}{llll} 1)\ (a) \in A & 2)\ c \in A & 3)\ (a) \subset A & 4)\ \{(a)\} \subset A \\ 5)\ (c,d) \subset A & 6)\ H \subset A & 7)\ \{b,(c,d)\} \subset A & 8)\ (H) \subset A \end{array}$$

7. Decir si son clases idénticas:

1. $A =$ (los catalanes), $B =$ (los catalanes y los gerundenses), $C =$ (los catalanes o los gerundenses).

2. $A =$ (números pares menores que 7), $R = (2, 4, 6)$, $C = (1, 2, 4, 6)$.

8. Enunciar los conjuntos que aparecen sombreados en los siguientes diagramas de Euler:

DIAGRAMA

9. Emplear la lógica de clases para, sin recurrir a diagramas, probar la validez del siguiente razonamiento que tomamos de Lewis Carroll:

$p1$	los bebes son gentes ilógicas
$p2$	quienes puedan manejar cocodrilos no sufren desprecios
$p3$	las gentes ilógicas sufren desprecios
c	los bebes no pueden manejar cocodrilos

10. Mediante los diagramas de Venn, determinar la validez de los siguientes silogismos:

10,1	*Barbara*	Todo M es P
		Todo S es M
		Todo S es P
10,2	*Ferio*	Ningún M es P
		Algunos S son M
		Algunos S no son P
10,3	*Freison*	Ningún P es M
		Algunos M son S
		Algunos S no son P
10,4	*Datisi*	Todos los M son P
		Algunos M son S
		Algunos S no son P
10,5	*Cesare*	Ningún P es M
		Todos los S son M
		Ningún S es P
10,6	*Baroco*	Todos los P son M
		Algunos S no son M
		Algunos S no son P

11. Establecer las relaciones pertinentes entre los siguientes conjuntos de números, $N = \{\text{N. Naturales}\}$, $Z = \{\text{N. Enteros}\}$, $Q = \{\text{Racionales}\}$, $Q' = \{\text{N. Irracionales}\}$, $R = \{\text{N. Reales}\}$.

12. Dada la clave universal $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ y los conjuntos $A = \{\text{Pares menores que } S\}$, $B = \{\text{Pares menores que ocho}\}$, $C = \{\text{Números menores que 7}\}$, $D = \{\text{Números mayores que 5}\}$, $E = \{\text{Impares}\}$, $F = \{\text{Números menores que 7 y mayores que dos}\}$.
Hallar

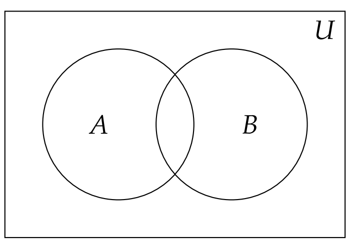
1)	$A \cup B$	2)	$B \cap A$	3)	$C \backslash B$	4)	$\bar{B} \cup F$	5)	$\bar{A} \backslash \bar{B}$
6)	$C \cap D$	7)	$\bar{D} \cap B$	8)	$\overline{(E \cap \bar{F})}$	9)	$E \cap D$	10)	$\bar{E} \cap A$
11)	$E \cup D$	12)	$D \cap \bar{A}$	13)	$C \cap F$	14)	$F \cup \bar{E}$	15)	$F \backslash C$
16)	$A \triangle B$	17)	$C \triangle F$	18)	$A \triangle C$	19)	$A \backslash F$	20)	$F \triangle \bar{D}$

13. Encontrar la equivalencia de $A \cup B$ en función de la intersección y los conjuntos complementarios.

14. Demostrar que si $A \subset B$ entonces $A \cup (B \backslash A) = B$.

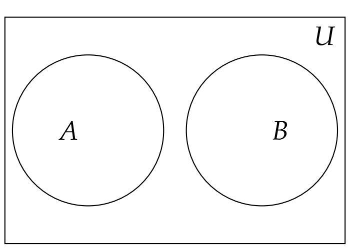
15. Señalar en los diagranas de Venn

1.



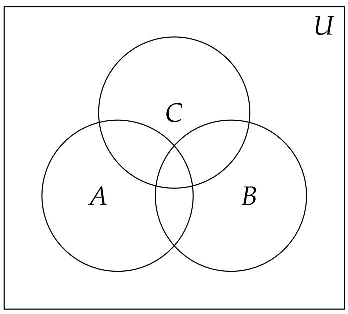
- $A \cup B$
- $A \cap B$
- $A \backslash B$
- $\bar{A}$
- $\bar{B} \cap (A \backslash B)$

2.



- $A \cup B$
- $A \cap B$
- $A \backslash B$
- $\bar{A} \cap \bar{B}$
- $\bar{B} \cup (B \backslash A)$

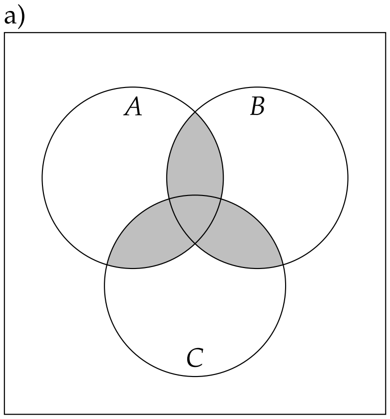
3.



- $(A \cup B) \cap C$
- $(A \cap B) \cup C$
- $A \cap B \cap C$
- $A \cap \bar{C}$
- $(\bar{A} \cup \bar{B}) \cap C$

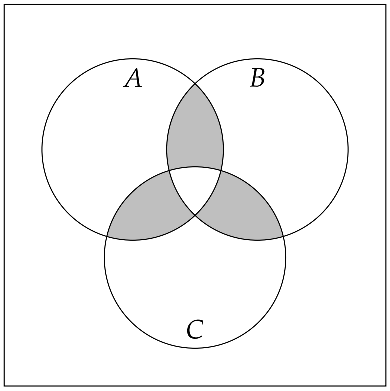
16. Nombrar las siguientes zonas

a)



b)

c)



Análisis del lenguaje y argumentos falaces

A continuación, enumeramos una serie de afirmaciones que deberían llamarnos la atención por razones lógicas. Dígase el motivo.

- Una noticia de la prensa: .el 25 % de los divorcios y separaciones se producen en verano".
- Una afirmación muy común: .El pacto ha sido alcanzado de mutuo acuerdo entre las partes".
- Otra no menos frecuente: "Los datos hablan por sí mismos".
- Una propuesta no muy original: .Establezcamos unas reglas que permitan llegar a un acuerdo".
- Una declaración sorprendente: "No sé si hubo un rumor o si sólo he oído que lo hubo".
- Una manera extraña de empezar a hablar: .Antes de decir cualquier cosa, me gustaría hacer una precisión".
- Una declaración ministerial: "Vamos a hacer una subida de impuestos limitada y temporal".
- Un descubrimiento llamativo: "Los bebés en el seno materno tienen pensamientos abstractos".
- Una de paleontólogos: "Los perros llevan viviendo con nosotros 16.000 años, y aprendieron a ladrar en contacto con los humanos, antes aullaban como los lobos".
- Otra de los mismos: "Si se fijan en esta imagen del "Homo Antecessor"verán cómo sonríe, una prueba evidente de su inteligencia".
- Una paradoja andante: .Esta es una afirmación que no puede hacerse".

- ¿Falla el criterio de bivalencia en el caso siguiente?: La proposición que afirma .Este texto consta de seis palabras.es, obviamente, verdadera, de forma que su negación .Este texto no consta de seis palabras"habría de ser falsa.¿Qué es lo que sucede?

- Sobre la importancia de evitar los equívocos y, en particular, de colocar bien las comas y los signos de puntuación: trate de modificar el sentido de las siguientes frases, con solo una coma, o de corregirlas para que recuperen cierto buen sentido:

  a. Una decisión del emperador Carlos V: "Perdón imposible, que el enjuiciado cumpla su condena".
  b. Sabiduría popular de significado reversible: "Si el hombre supiera realmente el valor que tiene la mujer, andaría a cuatro patas en su búsqueda".
  c. Un informe equívoco: "No lo hizo como se le ordenó".
  d. Un aviso parroquial: ?"Tenemos un espacio preparado para niños, para los que tienen hijos y no lo saben".
  e. Un aviso infumable: "Prohibido fumar gas inflamable".
  f. Publicidad: Çrema para píes de uso diario".

Lista de siglas y abreviaturas empleadas

ABS	Reducción al absurdo
AC	Antecedente de la conclusión
BD	Bifurcación a partir de una disyunción
CC	Consecuente de la conclusión
$\sim$CC	Negar consecuente de la conclusión
CONTR	Contradicción
CQD	Como queríamos demostrar
DM	De Morgan
DN	Doble negación
EC	Equivalencia del condicional
EG	Eliminación del cuantificador universal
EP	Eliminación del cuantificador existencial
F	FALSO
IC	Introducción de la conjunción
IG	Introducción del cuantificador universal
IP	Introducción del cuantificador existencial
IQ	Intercambio de cuantificadores
LC	Lógica de clases
LP	Lógica de proposiciones
LT	Lógica de términos
MP	Modus Ponens
MT	Modus Tollens
NC	Negar la conclusión
P	Premisa
PA	Premisa adicional
RA	Regla de adición
RB	Regla del bicondicional
RC	Regla conmutativa
RI	Regla de inferencia
RS	Regla de simplificación
SD	Silogismo disyuntivo
TC	Transitividad del condicional
TD	Teorema de la deducción
V	VERDADERO